

Iwona Nowakowska-Kempna  
Akademia Ignatianum

# Czy zbiory rozmyte wykorzystujemy w edukacji wczesnoszkolnej?

Do we use fuzzy sets  
in early school education?

## Wprowadzenie

Zbiory rozmyte (ang. *fuzzy sets*) należą do tych osiągnięć współczesnej matematyki, która bazuje na logice wielowartościowej i obok kategorii prawdy i fałszu proponuje wartość trzecią, a mianowicie możliwość<sup>1</sup>. Przynoszą więc skomplikowany układ wzajemnych relacji.

Na bazie zbiorów rozmytych zostały oparte mechanizmy budowy i funkcjonowania bezzałogowych łodzi podwodnych oraz samolotów, urządzenia sond kosmicznych, wojskowych samolotów zwiadowczych itp.

Twórca teorii L. Zadeh<sup>2</sup> przyjmuje, iż zbiory rozmyte odnoszą się do kategorii i desygnatów, co do których pozycji istnieją wątpliwości, gdzie je zaliczyć. Tworzą one spectrum między desygnatami i kategoriami, a określenia, którym przypisuje się wartość logiczną możliwości, sytuowane są poza prawdą (1) i fałszem (0). W tym miejscu należy przypomnieć, że „teoria zbiorów rozmytych tworzy sformalizowany system wnioskowa-

<sup>1</sup> Por. A. Tarski, *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*, „Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego”, Wyd. III Nauk Matematyczno-Fizycznych, nr 34, Warszawa 1933.

<sup>2</sup> L. Zadeh, *Fuzzy Sets*, „Information and Control”, (1965)8, s. 338-353, tegoż, *Fuzzy Sets – Theoretic Interpretation on Linguistic Hedges*, „Journal of Cybernetics”, (1972)2, s. 4-34; tegoż, *A Fuzzy Algorithmic-Approach to the Definition of Complex or Imprecise Concepts*, „International Journal of Man-Machine Studies” (1978)8, s. 249-291; tegoż, *Toward a Theory of Fuzzy Information, Granulation and its Centrality in Human Reasoning and Fuzzy Logic*, „Fuzzy Sets and Systems”, (1997)90, s. 111-127.

nia umożliwiającą trafną i całościową interpretację terminów nieostrych i niejednoznacznych<sup>3</sup>. Nadaje się do interpretacji pewnego działu matematyki, fizyki, biologii czy językoznawstwa. Wśród zjawisk i mechanizmów języka naturalnego znalazły się bowiem dzięki temu, kategorie przybliżone, które dokładniej i lepiej można opisać za pomocą logiki zbiorów rozmytych niż za pomocą rachunku kwantyfikatorów. Podobnie jest w matematyce. O ile bowiem działania matematyczne równości/równoliczebności mieszczą się w logice teorii zbioru mnogościowego i klasycznej definicji prawdy, o tyle znaki  $>$  lub  $<$  ‘więcej niż’, ‘mniej niż’ podają wartość przybliżoną, opartą na porównaniu dwóch wielkości, tutaj: dwóch liczb i stwierdzeniu, iż jedna jest odpowiednio większa, odpowiednio mniejsza od drugiej, bez wyeksplikowania rzeczywistej wartości. L. Zadeh<sup>4</sup> charakteryzował tę prawidłowość za pomocą następującej reguły: „złożoność i precyzja występują *w zależności odwrotnej*, w tym sensie, że jeżeli złożoność rozpatrywanego problemu wzrasta, to zmniejsza się możliwość jego precyzyjnej analizy<sup>5</sup>. Autor dokonał także syntetycznego ujęcia istoty funkcjonowania zbiorów rozmytych: „wszelkie próby wprowadzenia nadmiernej dokładności do problemów zawierających nieprecyzyjne lub niejednoznaczne pojęcia i relacje zmniejsza wiarygodność wyników. Z drugiej strony umysł ludzki może przetwarzać dane przybliżone i niejednoznaczne, tworzyć przybliżone modele nawet najbardziej skomplikowanych sytuacji i wyznaczać przybliżone rozwiązania, a następnie podejmować prawidłowe decyzje. Właśnie teoria zbiorów rozmytych jest **aparatem matematycznym**<sup>6</sup> służącym do formalizowania tego przybliżonego rozumowania w terminach nieostrych i niejednoznacznych<sup>7</sup>”.

### Wykorzystanie teorii zbiorów rozmytych w dziecięcej matematyce

Teoria zbiorów rozmytych ma większą moc eksplanacyjną (wyjaśniającą) niż nadmierna formalizacja zjawisk językowych, kulturowych czy antropologicznych i pedagogicznych, z którymi dziecko zapoznaje się już w edukacji wczesnoszkolnej<sup>8</sup>.

Służy także tym działom matematyki, w których omawia się wartości niemierzone ściśle, lecz określone jako *mniej/więcej niż*, a więc wartości relacyjne. Tak rozumiana teoria zbiorów rozmytych tworzy w isto-

<sup>3</sup> I. Nowakowska-Kempna, *Zbiory rozmyte i inne założenia matematyki i logiki w metodologii badań humanistycznych*, [w:] *Świat Techniki i Humanistyki*, red. E. Tokarz, Bielsko-Biała 2007, s. 183-190.

<sup>4</sup> L. Zadeh, *Toward a Theory of Fuzzy Information*, dz. cyt., s. 111.

<sup>5</sup> E. Czogała, *Zbiory rozmyte. Wprowadzenie do matematycznego modelowania niejednoznaczności*, Gliwice 1997, s. 2.

<sup>6</sup> Wytłuszczenie I. Nowakowska-Kempna.

<sup>7</sup> L. Zadeh, *Toward a Theory of Fuzzy Information*, dz. cyt., s. 111.

<sup>8</sup> Por. *Podstawa programowa z komentarzem*. Tom 1. *Edukacja przedszkolna i wczesnoszkolna* z 23 grudnia 2008, opublikowana w dniu 15.01.2009, Dz. U. nr 4 poz. 17.

cie swej paradygmat badawczy, który T. Kuhn<sup>9</sup> określił jako wzorcowe badania oparte na jednorodnych, kompatybilnych i konkretnych założeniach terminologicznych, metodologicznych i filozoficznych. Paradygmat ten, służąc wybranym działom matematyki, może być również wykorzystany jako jedna z koncepcji logiki wielowartościowej, do tworzenia paradygmatów w naukach humanistycznych i społecznych.

We współczesnej pedagogice teoria zbiorów rozmytych ujęta w formie paradygmatu może służyć np. dyskursom edukacyjnym. D. Klus-Stańska<sup>10</sup> charakteryzuje dyskurs edukacyjny, mówiąc o nim, że „dyskursy pedagogiki wczesnoszkolnej to systemy i sytuacje wypowiedzi na tematy będące jej przedmiotem (dziecko, jego rozwój, wczesna edukacja, nauczanie, uczenie się, program, lekcja itd.)”<sup>11</sup>. W identyfikacji dyskursów pedagogiki wczesnoszkolnej autorka ważną rolę przypisuje, między innymi takim znacznikom, jak: tworzenie wiedzy, zaufanie do wiedzy oraz koncepcje i decyzje. Otwierają one pole stosowalności teorii zbiorów rozmytych do nauczania zintegrowanego, wszędzie tam, gdzie stosowanie wartości trzeciej – przybliżonej jest użyteczne i celowe.

Można przyjąć, iż wszystkie obszary nauczania zintegrowanego są dla niej przeznaczone. Jest to edukacja przyrodniczo-społeczna, związana z kręgami bliskości (*dom, najbliższa okolica, moja miejscowość, strony rodzinne*), edukacja polonistyczna z wychowaniem do kultury i sztuki oraz edukacja matematyczna.

W nauczaniu zintegrowanym bowiem nauczyciel i uczniowie używają:

a) wielkości mierzalnych nieokreślonych w języku potocznym, takich jak: *wysoki/niski, duży/maty, szybki/wolny, gruby/chudy, ciężki/lekki, ładny/brzydki*;

b) działań matematycznych ze znakami  $>$  ;  $<$  np.  $x > y$ ;  $y < x$  oznaczającymi porównanie wielkości, gdzie nieostrość wiąże się z odczytaniem znaków  $x > y$ ;  $y < x$ .

Zdania z predykatami typu *wysoki/niski, ciężki/lekki* nie są z istoty swej ani prawdziwe, ani fałszywe, gdyż nie można z prawdziwością orzec, czy należą do określonego zbioru, gdyż nieostrość tkwi tutaj w samej nazwie. Zakwalifikowanie bowiem danej osoby do wysokich lub niskich zależy od obserwacji i subiektywnego przekonania, *co dla kogo i w jakich okolicznościach, z jakiego punktu widzenia* jest wysokie. Zdania takie są jednak często używane w nauczaniu zintegrowanym, gdyż pozwalają nauczycielowi, dziecku, uczniom słuchającym orientować się wstępnie w rze-

<sup>9</sup> T. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago 1962.

<sup>10</sup> D. Klus-Stańska, *Dyskursy pedagogiki wczesnoszkolnej*, [w:] *Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania*, red. D. Klus-Stańska, M. Szczepaska-Pustkowska, Warszawa, 2009, s. 26-79.

<sup>11</sup> Tamże, s. 35.

czywistości. Do zbioru rozmytego należą nazwy kolorów. Dotyczy to odcieni barw, zwłaszcza tego odcinka widma barwy, który trudno zaliczyć jednoznacznie do niej samej. Bogate nazewnictwo odcieni barw, jak turkusowy, szmaragdowy, lila-róż, brzoskwiniowy, morelowy, burgund, khaki, amarantowy, purpurowy, pozwala dziecku na dokładniejszą percepcję kolorów, poszerza gamę odcieni kolorów niebieskiego, zielonego i czerwonego, ukazuje bogactwo świata w tym zakresie, uwrażliwia na piękno, chociaż trudno jednoznacznie wskazać barwę, taką jak burgund.

Zarazem wielkości mierzalne w języku potocznym pojawiają się często w tekstowych zadaniach matematycznych po to, by wprowadzić kategorie znane uczniom, zorientować w realiach, a następnie są uściślane w formule prawdopodobieństwa (np.  $x \in N^3$ , czyli w stopniu 3, tj. z dużym prawdopodobieństwem lub  $x \in N$ , 0004 tj. prawie nie należy, z małym prawdopodobieństwem) bądź też uściślane w kategoriach mierzalnych określonych liczbowo, np. obok *pociąg jechał szybko* → *pociąg jechał z prędkością 140 km/godz.*

Uczniowie edukacji wczesnoszkolnej mają więc do czynienia z dwoma typami działań matematycznych: z równaniem i relacją. Równanie dotyczy dodawania i odejmowania, mnożenia i dzielenia jako równość/równoważność między układem cyfr lub liczb a wynikiem. Równanie jako efekt liczenia usytuowane jest w teorii zbioru (inaczej teorii kwantyfikatorów) i klasycznej definicji prawdy, rozumianej jako zgodność słów z rzeczywistością. Służy prawdzie obiektywnej. *Równanie* definiowane jest w następujący sposób: równać się z. „mieć taką samą wartość, wielkość, znaczenie, mieć jakiś określony skutek; wynosić, czynić, znaczyć tyle, co...” np. Dwa razy dwa równa się cztery. Jeden metr równa się stu centymetrom; bo równanie to rzeczownik od czasownika równać<sup>12</sup>.

*Relacja* natomiast scharakteryzowana jest w następujący sposób: „stosunek między (dwoma lub więcej) przedmiotami, pojęciami, wielkościami itp. zależność między nimi”. W przypadku działań matematycznych  $x > y$   $x < y$  „większy niż” „mniejszy niż” jest to zależność między liczbami, a wielkości wyrażane są za pomocą liczb. Relacyjność wskazuje na zależność i porównywalność dwu lub więcej wielkości, służy do uchwycenia porównania, a nie jej wyrażenia w wartościach mierzonych. Z istoty swej więc ma zawieszoną asercję, informując o relacji przybliżonej, nieokreślonej liczbowo i mieści się w logice wielowartościowej, ze względu na wprowadzenie wartości trzeciej poza prawdą/fałszem, podczas gdy działania nastawione na wyrażenie równości mieszczą się w kategoriach prawda/fałsz.

Jest sprawą oczywistą, że mieści się ona w teorii zbiorów rozmytych, a nie w koncepcji teoriomnogościowej, a użyte  $x$  y stanowią zapis zmiennych przy relacji porównania i w klasach I-III są wypełnione przez konkretne liczby, adekwatne do rozwoju ucznia<sup>13</sup>, podobnie jak w przedszkolu.

### Zbiory rozmyte w nauczaniu zintegrowanym

Trzeba podkreślić, iż w koncepcji nauczania zintegrowanego w edukacji wczesnoszkolnej działania matematyczne są ściśle powiązane z treściami przyrodniczymi czy polonistycznymi i tak, na przykład, w klasie pierwszej w bloku V. *Las woła nas*, zajęcia 1-2 pt. „Jak rozpoznać drzewa iglaste?” pojawia się w edukacji matematycznej jako *porównywanie liczebności zbiorów na konkretnych i porównywanie liczebności przedmiotów*<sup>14</sup>.

Kolejno pojawiają się ćwiczenia przygotowujące do monografii liczb i porządkowanie zbiorów w zależności od ich liczebności oraz „kształcenie praktycznych umiejętności: mierzenia, ważenia i porównywanie na konkretnych”<sup>15</sup>. Ćwiczenia te poszerzają obszar wielkości porównywanych, przechodząc od porównania liczb, liczonych na patyczkach itp. do ważenia i mierzenia, również przedstawionych liczbowo. *Tertium comparationis* leży tutaj w porównywaniu wielkości i określaniu *większy/mniejszy, więcej/mniej niż*<sup>16</sup>. Z jeszcze inną formą relacyjności, operującej na wartościach przybliżonych spotykają się uczniowie klasy pierwszej, określając położenie przedmiotów za pomocą terminów nieostrych, chociaż porządkujących owo położenie: *przed - za, nad - pod, obok, bliżej - dalej*.

Zwłaszcza sformułowania *bliżej - dalej* należą do klasycznych, potocznych wyrażenia mierzalnych z obszaru zbioru rozmytego<sup>17</sup>.

Trzeba również podkreślić, iż w bloku IV *Nadlatuje jesień* w temacie dnia „*Jesienne zadania*” pojawia się *expressis verbis* sformułowanie: porównywanie liczebności zbiorów z użyciem terminów *tyle samo, mniej, więcej* dla edukacji matematycznej. Użycie określenia termin, tutaj: termin matematyczny *tyle samo* ‘równanie’, *mniej/więcej* ‘relacja’ dla wartości przybliżonych w rachunku zbiorów rozmytych świadczy nie tylko o naukowym charakterze tych ostatnich, ale i o stosowalności działań z zakresu teorii zbiorów rozmytych w edukacji wczesnoszkolnej, począwszy od klasy pierwszej. Powtarzają się bowiem, wśród szczegółowych tematów zajęć, zadania z porównywaniem liczebności zbiorów z użyciem terminów: *mniej/więcej*, a samo porównanie liczebności zbiorów staje się

<sup>13</sup> D. Baścik-Kolek i in. (red.), *Nasza klasa. Część 1. Przewodnik metodyczny klasa 1*, Kielce 2009, s. 11, 43, 97 oraz Części 2-5.

<sup>14</sup> Tamże.

<sup>15</sup> D. Baścik-Kolek i in. (red.), *Nasza klasa. Część 2.*, dz. cyt., s. 5.

<sup>16</sup> Patrz przypis 2.

<sup>17</sup> Patrz przypis 13.

istotnym i podstawowym zagadnieniem edukacji matematycznej w nauczaniu wczesnoszkolnym. Przyjmuje także coraz to bardziej skomplikowaną formę, por. układanie obiektów w serie malejące i rosnące<sup>18</sup>.

Porównanie wielkości wymaga nie tylko policzenia, ale i oszacowania.

### Podsumowanie

Jak podkreślają E. Gruszczyk-Kolczyńska<sup>19</sup> i E. Zielińska w swoich pracach, edukacja matematyczna służy wspomaganie rozwoju intelektualnego dziecka. W przypadku obliczania zależności przybliżonej *większy niż mniejszy niż ipso facto* bazującej na zbiorze rozmytym kształtowanie procesów kojarzenia porównywania, abstrahowania i uogólniania/wnioskowania należących do myślenia abstrakcyjnego jest ewidentne i nie wymaga szczegółowego komentarza. Stanowi formę pomocną uczniowi w przechodzeniu na poziom liczenia na zbiorach zastępczych, a nie – na konkretach. Porównywanie liczebności zbiorów przedmiotów konkretnych rozpoczyna się już w przedszkolu<sup>20</sup>.

### Bibliografia

Baścik-Kolek D. i in. (red.), *Nasza klasa. Część 1, 2, 3, 4, 5. Przewodnik metodyczny klasa 1*, Wyd. Grupa Edukacyjna SA, MAC, Kielce 2009.

Czogała E., *Zbiory rozmyte. Wprowadzenie do matematycznego modelowania niejednoznaczności*, Wyd. Naukowe PG, Gliwice 1997.

Dunaj B. (red.), *Słownik współczesnego języka polskiego*, Wyd. Wilga, Warszawa 1996.

Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E., *Dziecięca matematyka. Metodyka i scenariusze zajęć z sześciolatkami w przedszkolu, w szkole i w placówkach integracyjnych*, WSiP, Warszawa 2000.

Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E., *Scenariusz: Potrafię sortować kolorowe kartoniki i ustalać, ile ich jest, i których jest więcej; Scenariusz: Czego jest więcej, czego mniej, a czego jest tyle samo?*, [w:] Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E., *Wspomaganie rozwoju umysłowego czterolatków i pięciolatków. Książka dla rodziców, terapeutów i nauczycieli przedszkola*, WSiP, Warszawa 2005.

<sup>18</sup> Patrz stosowne przewodniki metodyczne do klasy drugiej i trzeciej.

<sup>19</sup> Por. również E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Zielińska, *Dziecięca matematyka. Metodyka i scenariusze zajęć z sześciolatkami w przedszkolu, w szkole i w placówkach integracyjnych*, Warszawa 2000. tychże, *Wspomaganie dzieci w rozwoju do skupiania uwagi i zapamiętywania. Uwarunkowania psychologiczne i pedagogiczne, programy i metodyka*, Warszawa 2005.

<sup>20</sup> Por. E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Zielińska, *Scenariusz: Potrafię sortować kolorowe kartoniki i ustalać, ile ich jest, i których jest więcej; Scenariusz: Czego jest więcej, czego mniej, a czego jest tyle samo?*, [w:] tychże, *Wspomaganie rozwoju umysłowego czterolatków i pięciolatków. Książka dla rodziców, terapeutów i nauczycieli przedszkola*, Warszawa 2005, s. 233-235, s. 236-238.

Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E., *Wspomaganie dzieci w rozwoju do skupiania uwagi i zapamiętywania. Uwarunkowania psychologiczne i pedagogiczne, programy i metodyka*, WSiP, Warszawa 2005.

Klus-Stańska D., *Dyskursy pedagogiki wczesnoszkolnej*, [w:] *Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania*, red. D. Klus-Stańska, M. Szczepska-Pustkowska, Wyd. Akademickie i Profesjonalne, Warszawa, 2009, s. 26-79.

Kuhn T., *The Structure of Scientific Revolutions*, Wyd. Uniwersytetu w Chicago, Chicago 1962.

Nowakowska-Kempna I., *Zbiory rozmyte i inne założenia matematyki i logiki w metodologii badań humanistycznych*, [w:] *Świat Techniki i Humanistyki*, red. E. Tokarz, Wyd. Naukowe ATH, Bielsko-Biała 2007, s. 183-190.

*Podstawa programowa z komentarzem. Tom 1. Edukacja przedszkolna i wczesnoszkolna z 23 grudnia 2008*, opublikowana w dniu 15.01.2009, Dz. U. nr 4, poz. 17.

Tarski A., *Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych*, „Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego”, Wyd. III Nauk Matematyczno-Fizycznych, nr 34, Warszawa 1933.

Zadeh L., *Fuzzy Sets*, „Information and Control”, (1965)8, s. 338-353.

Zadeh L., *Fuzzy Sets – Theoretic Interpretation on Linguistic Hedges*, „Journal of Cybernetics”, (1972)2, s. 4-34.

Zadeh L., *A Fuzzy Algorithmic-Approach to the Definition of Complex or Imprecise Concepts*, „International Journal of Man-Machine Studies”, (1978)8, s. 249-291.

Zadeh L., *Toward a Theory of Fuzzy Information, Granulation and its Centrality in Human Reasoning and Fuzzy Logic*, „Fuzzy Sets and Systems”, (1997)90, s. 111-127.

### Streszczenie

Zbiory rozmyte (ang. *fuzzy sets*) kojarzą się najczęściej z bardzo skomplikowanymi, współczesnymi obliczeniami w matematyce, stanowiąc podstawę funkcjonowania najnowocześniejszych urządzeń, jak sondy kosmiczne czy bezzałogowe samoloty i łodzie podwodne. Czyż można się więc spodziewać elementów tychże zbiorów w edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej? Jednakże dokładne przejrzanie obu tych cykli edukacyjnych upoważnia do stwierdzenia, iż elementy zbiorów rozmytych służą interpretacji nie tylko różnych działów matematyki, lecz także fizyki, biologii czy językoznawstwa, a w nauczaniu zintegrowanym wspomagają edukację przyrodniczo-społeczną związaną z kręgami bliskości (*dom, najbliższa okolica, moja miejscowość, strony rodzinne*), edukacją

polonistyczną z wychowaniem do sztuki i kultury oraz edukacją matematyczną. W nauczaniu zintegrowanym nauczyciel i uczniowie używają zarówno wielkości mierzalnych nieokreślonych, znanych z potocznej polszczyzny, typu *wysoki / niski, duży / mały, gruby / chudy, szybki / wolny, ciężki / lekki, ładny / brzydki*, jak i działań matematycznych ze znakami  $>$ ;  $<$  ‘większy niż’, ‘mniejszy niż’ np.  $x > y$ ,  $y < x$  oznaczających porównanie wielkości, gdzie nieostrość wiąże się z odczytaniem relacyjnym *ipso facto* symboli niedookreślonych, podczas gdy rachunki wnoszą wartość równości /równoliczebności. Inny jest więc status obu działań: raz mieszczących się w teorii mnogości (i logice dwuwartościowej), klasycznej definicji prawdy jako zgodności słów z rzeczywistością i obiektywnej teorii interpretacji rzeczywistości, a drugim razem – w logice wielowartościowej uwzględniającej wartość trzecią – *możliwość*, poza klasyczną definicją prawdy, a sama wartość *możliwości* leży poza kategoriami: prawdy (1) i fałszu (0). Porównanie wielkości wiąże się z nieostrością, stosowaną do odczytania znaków  $x > y$ ,  $y < x$ . Wielkości mierzalne nieokreślone typu *duży / mały, szybko / wolno*, pojawiają się często w zadaniach matematycznych, aby wprowadzić dzieci w temat, a potem następuje wyjaśnienie typu *pociąg jechał z prędkością 140 km/godz.* / wartość mierzalna określona). Znaki relacyjne  $>$ ;  $<$  ‘większy niż’, ‘mniejszy niż’ sprzyjają myśleniu abstrakcyjnemu u dzieci, wpływając twórczo na rozwój kategorii porównania, abstrahowania i uogólniania.

**Słowa kluczowe:** nauczanie zintegrowane, matematyka, przyroda, zbiory rozmyte, porównywanie wartości, znaki relacyjne.

## Do we use fuzzy sets in early school education?

### Summary

Fuzzy sets are most often associated with very complicated, contemporary calculations in mathematics and are the basis of functioning of the most modern devices, such as space probes or unmanned airplanes and submarines. Thus, may we expect the elements of these sets in pre-school or early school education? However, the precise analysis of both educational cycles entitles us to the statement that the elements of fuzzy sets help with the interpretation of not only various areas of mathematics, but also with one of physics, biology and linguistics, and in the integrated education they support the natural science-social education connected with the circles of nearness (*house, the nearest landscape, my town, family area*), the Polish language education together with art and culture education and mathematical education. In the integrated education the teacher and



students use both the measurable undefined values, which we know from everyday Polish language, for example, *wysoki / niski, duży / mały, gruby / chudy, szybki / wolny, ciężki / lekki, ładny / brzydki*, as well as, mathematical operations with symbols  $>$ ;  $<$  ‘higher than’, ‘lower than’ e.g.  $x > y$ ,  $y < x$ , which mean the comparison of values where lack of clarity is connected with relational reading ipso facto of the not fully defined symbols, while the calculations are connected with the value of equality / equal number. We have to do with a different status of those two operations: they are either included in the theory of multiplicity (in bivalent logic), the classic definition of truth understood as the agreement between words and reality and the objective theory of interpretation of reality or, on the other hand, they are included in the polyvalent logic accepting the third value – *possibility*, beyond the classic definition of truth, and the value of *possibility* itself lies beyond the categories of: truth (1) and falsity (0). The comparison of the values is connected with blurring/lack of clarity used in reading of signs  $x > y$ ,  $y < x$ . The measurable undefined values, such as, *big / small, fast / slowly*, often appear in mathematical tasks when teachers present the new issue to the children and then they explain it in the following way, for instance: *the train was going at 140 km/h/* (the measurable defined value). The relational symbols  $>$ ;  $<$  ‘higher than’, ‘lower than’ facilitate the children’s abstract thinking and influence, in a creative way, the development of the categories of comparison, abstraction and generalization.

**Keywords:** integrated education, mathematics, biology, fuzzy sets, comparison of values, relational symbols.