VARIA

EDUKACJA ELEMENTARNA W TEORII I PRAKTYCE Vol. 19, 2024, No. 1(72)
e-ISSN 2353-7787
DOI: 10.35765/eetp.2024.1972.08

Nadesłano: 3.07.2023 | Zaakceptowano: 28.07.2023

Małgorzata Bortliczek
orcid.org/0000-0002-2974-1254
e-mail: malgorzata.bortliczek@us.edu.pl
Uniwersytet Śląski w Katowicach

Renata Raszka
orcid.org/0000-0002-3318-0699
e-mail: renata.raszka@us.edu.pl
Uniwersytet Śląski w Katowicach

Językowy obraz jednostek miar w studenckich bajkach matematycznych

The Linguistic Picture of Measurement Units in Mathematical Fairy Tales by University Students

KEYWORDS

mathematical fairy tales, textual tasks, conventional units of measurement, unconventional units of measurement

ABSTRACT

In the article we analyse textual tasks taken from mathematical fairy tales by students, created in 2020–2022 at the University of Silesia in Katowice. The aim of the analysis is to identify mathematical concepts and units of measurement and to describe methodical solutions suitable for pupils in grades 1–3. We take into account findings from the didactics and methodology of mathematics, the cognitive theory of text analysis, the neurodidactic guidelines for mathematics education and the formal requirements for the first stage of education. The original research material comes from the textual tasks, contained in 98 mathematical fables. In the analysis, we use division of textual tasks according to the presence of conventional and unconventional units of measurement in them. We present those types of metrology tasks that gained the highest frequency in the research material. In textual tasks the conventional units of measurement are used thoughtfully and intentionally. Among other things, the presence of unconventional units of measurement is connected with an anthropocentric perception of the world. We believe that fairy tales provide an attractive context for early childhood education. An anthology of mathematical fables with methodical suggestions could provide an alternative to school textual tasks.

SŁOWA KLUCZE

bajki matematyczne, zadania tekstowe, konwencjonalne jednostki miary, niekonwencjonalne jednostki miary

ABSTRAKT

W artykule analizujemy zadania tekstowe pochodzące z bajek matematycznych, napisanych w latach 2020–2022 przez studentów Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach. Celem analizy jest wyłonienie pojęć matematycznych i jednostek miary oraz opis rozwiązań metodycznych adekwatnych dla uczniów klas 1–3. Uwzględniamy ustalenia dydaktyki i metodologii matematycznej, kognitywistyczną teorię analizy tekstu, neurodydaktyczne wskazówki dotyczące kształcenia matematycznego oraz wymagania formalne dla absolwentów pierwszego etapu edukacji. Oryginalny materiał badawczy pochodzi z zadań tekstowych zawartych w 98 bajkach matematycznych. W analizie stosujemy podział zadań tekstowych ze względu na obecność w nich konwencjonalnych i niekonwencjonalnych jednostek miary. Prezentujemy te typy zadań metrologicznych, które zyskały największą frekwencję w materiale badawczym. W zadaniach tekstowych konwencjonalne jednostki miary są stosowane w sposób przemyślany i intencjonalny. Obecność niekonwencjonalnych jednostek miary należy wiązać m.in. z antropocentrycznym postrzeganiem świata. Uważamy, że bajki stanowią atrakcyjny kontekst procesu uczenia się dzieci w wieku wczesnoszkolnym. Antologia bajek matematycznych wraz z sugestiami metodycznymi mogłaby stanowić alternatywę dla szkolnych zadań tekstowych.

Wstęp

„Kategoria ilości jest jedną z podstawowych kategorii nakładanych przez umysł ludzki na poznawany świat” (Nowosad-Bakalarczyk, 2018, s. 92). Umiejętność liczenia to wynalazek cywilizacyjny, transmitowany pokoleniowo. Dzięki liczeniu i mierzeniu możliwe są ład poznawczy i poczucie oswojenia rzeczywistości (Nowosad-Bakalarczyk, 2018, s. 92). Pomiar jest podstawą badań naukowych, a także odgrywa istotną rolę w edukacji (Jakubiec i Malinowski, 2004; Nawolska i Żądło-Treder, 2020).

W artykule analizujemy metrologiczne zadania tekstowe pochodzące z bajek matematycznych, które powstały w latach 20. w Uniwersytecie Śląskim w Katowicach[1]. Bajki mogą stanowić fabułę (*storyline*) procesu uczenia się, ponieważ ich akcja wyzwala aktywność poznawczą dzieci w wieku wczesnoszkolnym (Michalak i Misiorna, 2008, s. 206). „Opowiadanie staje się myślą przewodnią oraz kontekstem procesu uczenia się, w którym uczniowie oraz nauczyciel podejmują wielorakie aktywności w naturalny sposób” (Kosek i Kowalska, 2018, s. 63).

1 Opis projektu oraz analizę jego rezultatów zawierają wcześniejsze artykuły (zob. Bortliczek i Raszka, 2022, s. 57–67; Raszka i Bortliczek, 2022, s. 137–150). Bieżący temat podejmujemy po raz pierwszy.

Koncepcję uporządkowania materiału egzemplifikacyjnego oparłyśmy na klasyfikacji Marty Nowosad-Bakalarczyk (2019), która podjęła dyskusję o konwencjonalnych jednostkach miary (KJM) i niekonwencjonalnych jednostkach miary (NKJM), rozwijając teorię Adama Bednarka (1994). Przyswojenie KJM, ujętych w *Podstawie programowej*[2], zalicza się do osiągnięć absolwenta pierwszego etapu edukacji. W analizie uwzględniamy także trudne do jednoznacznej kategoryzacji NKJM, obecne w językowym obrazie świata. Oba te zagadnienia rozwijamy w części egzemplifikacyjnej.

Konwencjonalne jednostki miary w edukacji matematycznej

Zgromadzony materiał obejmuje 194 zadania tekstowe uwzględniające KJM. Spośród nich 155 (z 66 bajek) zawiera pytania o czas, natomiast 24 dotyczą mierzenia długości. Częstotliwość występowania zadań z KJM prezentuje tabela 1.

Tabela 1. Zadania tekstowe z KJM

Kategoria	**Rok/liczba zadań**			**Razem**
	2020	**2021**	**2022**	
Czas mierzony zegarem	13	60	51	124
Czas mierzony kalendarzem	3	17	11	31
CZAS RAZEM:	**16**	**77**	**62**	**155**
Pomiary długości	2	16	6	24
Pomiary masy	0	8	1	9
Pomiary objętości	0	3	1	4
Pomiary temperatury	0	1	1	2
Obliczenia pieniężne*	8	21	19	48

* Zadania ekonomiczne nie stanowią przedmiotu analizy. Ich frekwencję przytaczamy dla porównania.

2 Stosujemy określenie *Podstawa programowa* lub skrót *PP* dla dokumentu: Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej (Rozporządzenie…, 2017).

Finalnie o wyborze materiału analitycznego przesądziła przewaga zadań wymagających operowania jednostkami miary czasu oraz długości.

Czas mierzony kalendarzem i zegarem

Zgodnie z *PP* absolwent klasy trzeciej:

> 6.4. odczytuje godziny na zegarze ze wskazówkami oraz elektronicznym […]; wykonuje proste obliczenia dotyczące czasu; posługuje się jednostkami czasu: doba, godzina, minuta, sekunda; posługuje się stoperem, aplikacjami telefonu, tabletu, komputera; zapisuje daty, np. swojego urodzenia […]; posługuje się kalendarzem; odczytuje oraz zapisuje znaki rzymskie co najmniej do XII (Rozporządzenie…, 2017, s. 38).

Kształtowanie pojęcia czasu obejmuje: poznanie odcinków czasu (dzień, tydzień, miesiąc, rok[3]) i jednostek czasu (doba, godzina, minuta, sekunda), wyczucie upływu czasu (np. ile trwa godzina) i jego kierunkowości (Puchalska i Semadeni, 1985, s. 378)[4]. Porównywanie ludzi i zwierząt ze względu na długość życia ma związek z tendencją do szacowania i obliczania wieku (zob. [06_2021][5], [27_2021]).

> To będą wyjątkowe urodziny, ponieważ królowa jest dwa razy starsza od swojego syna, królewicza Maximusa, który ma 18 lat. Które urodziny będzie obchodzić królowa? (zadanie [06_2021])

> Miała 9 lat. Nazywano ją Zielonym Kapturkiem. Dlaczego? – zapytacie. Ponieważ kochała las, o który dbała jak o swój własny dom. Często […] pomagała zwierzętom, zbierała śmieci wyrzucane przez ludzi, sadziła młode drzewka. […] Wieloletnim jej przyjacielem był wilk, który mieszkał w ogromnej norze pod stuletnim dębem. Był dwa razy starszy od Zielonego Kapturka. Ile lat miał wilk? (zadanie [27_2021])

Ustalenie wieku bohatera w wyniku mnożenia lub dzielenia – jak w zadaniach [06_2021] (Królowa jest dwa razy starsza od swojego syna Maximusa) oraz [27_2021] (Wilk jest dwa razy starszy od Zielonego Kapturka) – jest nieoczywistą odpowiedzią na pytanie, ile ktoś ma lat.

> Bohaterka zadania [15_2021] odlicza dni do wymarzonych wakacji, na które czeka od 1 kwietnia do 1 lipca.
> Mała Hania już jutro miała wyruszyć w niesamowitą podróż. Czekała na nią bardzo długo, bo aż od prima aprilis.

3 O kształtowaniu tych pojęć zob. Puchalska i Semadeni, 1985, s. 378–379.

4 Analizę obliczeń związanych z czasem podejmują Puchalska i Semadeni (1985).

5 W nawiasie kwadratowym podajemy numer bajki oraz rok jej powstania.

> – Mamusiu, dzisiaj jest ostatni dzień czerwca. Już jutro lecimy na wymarzone wakacje. Ale będzie super!
> Ile dni Hania czekała na włoskie wakacje? (zadanie [15_2021])

Odnotowałyśmy 31 zadań tekstowych, które ilustrują posługiwanie się terminami „rok", „miesiąc", „tydzień", „dzień" i obliczanie upływu czasu (np. ile dni trwa oczekiwanie na wymarzone wakacje).

Podstawą pomiaru biegu czasu jest korzystanie z modelu zegara tarczowego. Początkowo zadania zegarowe dotyczą pełnych godzin (np. [15_2020]), a dopiero potem – minut (np. [13_2020]) lub kwadransów (np. [02_2022]).

> Swoją piekarnię Pan Karol otwiera zawsze o godzinie 6 rano, a zamyka o 5 po południu. Ile godzin jest otwarta piekarnia? (zadanie [15_2020])

Dziecko przekracza próg dwunastkowy, obliczając najpierw, ile godzin mija od szóstej rano do dwunastej, a następnie – od dwunastej do siedemnastej.

W zadaniu [13_2020] jednoznaczne pytanie „Przez ile minut padał deszcz?" implikuje odpowiedź w minutach.

> Rzęsisty deszcz padał od 16.15 do 17.00. Po nim na niebie pojawiła się przepiękna tęcza. Przez ile minut padał deszcz? (zadanie [13_2020])

Zadanie [02_2022] wymaga przekroczenia progu sześćdziesiątkowego dla sprawdzenia, o której Kopciuszek dotrze na bal, jeżeli wyjedzie o 19.45, a podróż potrwa 45 minut.

> Dziewczyna wyruszyła na królewski bal o 19.45. Spróbuj wyliczyć, o której Kopciuszek dotarł na zamek, jeżeli czas trwania jej podróży był taki sam jak czas podróży macochy i jej córek. (zadanie [02_2022])

Aby ustalić, o której Amelia wyruszyła na wycieczkę (zob. [08_2020]), trzeba cofnąć wskazówki zegara. Tę strategię liczenia Puchalska i Semadeni (1985, s. 380) nazywają odwracaniem zagadnienia (zgodnie z faktem, że czasu nie można cofnąć).

> Po powrocie do stadniny zorientowała się, że nie było jej trzy godziny. O której Amelia wyruszyła na wycieczkę, skoro teraz jest 18.00? (zadanie [08_2020])

Mierzenie czasu za pomocą wystandaryzowanych przyrządów nie wyklucza wady zegara, błędnego odczytu godziny czy subiektywnego postrzegania upływu czasu („zorientowała się, że nie było jej trzy godziny"). „W odczuciach godzina godzinie nierówna" (Gruszczyk-Kolczyńska, 2014, s. 190).

Konwencjonalne mierzenie odcinków

Kształtowanie pojęcia miary długości łączy się z rozumieniem istoty mierzenia i przyswojeniem naukowych jednostek pomiaru, co przebiega następująco: 1) porównywanie długości przedmiotów przez ich przykładanie do siebie, 2) posługiwanie się umownymi narzędziami miary, 3) stosowanie KJM i wystandaryzowanych narzędzi miary (Nawolska i Żądło-Treder, 2020, s. 98–104).

W bajkach zdarzenia i postacie mają charakter fikcyjny, ale dane liczbowe i obliczenia są realne, np. zadanie [09_2021] jest źródłem informacji o faktycznych wymiarach mrówkojada[6].

> Mrówkojad zaintrygował dzieci. Pani przewodnik wyjaśniła im, że mrówkojad w ostrawskim zoo, łącznie z ogonem, ma 2 metry i 20 centymetrów długości, a jego język mierzy 60 cm. Jaka jest długość mrówkojada, jeśli zmierzymy go z wyciągniętym językiem? (zadanie [09_2021])

Zgodnie z realistyczną koncepcją nauczania matematyki zadania tekstowe powinny wzbogacać wiedzę dziecka o prawdziwych wielkościach, stosunkach ilościowych i przestrzennych czy autentycznych zdarzeniach (Siwek, 2004, s. 66–67). W bajkach obliczenia dotyczą także bohaterów fantastycznych:

> Każdy krasnoludek miał 20 centymetrów wzrostu, a zamek, w którym mieszkały te skrzaty, był o 3 metry i 20 centymetrów wyższy od sumy wzrostu 14 krasnali. Jaką wysokość miał zamek? (zadanie [07_2021])

Powyższa zagadka wymaga zsumowania wzrostu wszystkich krasnali, aby możliwe było obliczenie wysokości zamku.

Zdaniem Nawolskiej i Żądło-Treder: „Cenne są zadania, w których dzieci szacują wymiary (odległości) w klasie, na boisku i podczas wycieczki, a następnie weryfikują swoje szacunki" (2020, s. 102). Przykładem takiej aktywności są obliczenia Złotowłosej w bajce [46_2021][7]. Bohaterka mierzy lub określa w przybliżeniu wysokość krzeseł („Okazało się, że krzesło mierzyło 165 cm"; drugie „krzesło wydaje się [...] wyższe ode mnie o 10 cm, a mój wzrost wynosi metr i czterdzieści pięć centymetrów").

> Na blacie w kuchni leżała bardzo masywna drewniana linijka. Złotowłosa postanowiła zmierzyć wysokość najwyższego krzesła.
> – To krzesło jest największe, tak myślę… – powiedziała, patrząc na krzesło gospodarza.

6 W tej części analizy bazujemy na 24 zadaniach tekstowych obecnych w 16 bajkach.

7 Cytując dwa zadania z tej bajki, stosujemy oznaczenia [46/1_2021] i [46/2_2021].

Okazało się, że krzesło mierzyło 165 cm. Wysokość pozostałych krzeseł dziewczynka oszacowała, mówiąc:
– Drugie krzesło wydaje się [...] wyższe ode mnie o 10 cm, a mój wzrost wynosi metr i czterdzieści pięć centymetrów.
Ile wynosi wysokość krzesła gospodyni? (zadanie [46/1_2021])

Z kolei w zadaniu [46/2_2021] Złotowłosa porównuje wynik pomiaru ze swoim wzrostem („Fotel gospodarza jest ogromny, jego wysokość przewyższa mój wzrost o 25 cm"). W obu zadaniach używana jest linijka jako wystandaryzowane narzędzie miary („Na blacie […] leżała bardzo masywna drewniana linijka"; „Złotowłosa ponownie sięgnęła po linijkę").

Złotowłosa ponownie sięgnęła po linijkę, aby zmierzyć wysokość każdego z nich.
– Fotel gospodarza jest ogromny, jego wysokość przewyższa mój wzrost o 25 cm! Ale jest bardzo niewygodny.
Jak wysoki jest fotel gospodarza? (zadanie [46/2_2021])

Kształtowanie pojęcia miary długości zaczyna się od porównywania własnego wzrostu z wymiarami rówieśników i innych obiektów (Nawolska i Żądło-Treder, 2020). Ewolucję takiej kompetencji ilustruje Mateusz Adamczyk:

Jakaś rzecz nie może być z założenia duża i utrzymywać tej właściwości niezależnie od kontekstu, np. słoń jest duży w porównaniu z psem, ale gdy postawimy go obok piramidy, będzie mały. W kilku pierwszych latach życia dzieci mają tendencję do nadawania takim słowom znaczenia absolutnego (2019).

Dziecko gromadzi doświadczenia matematyczne, kiedy mierzy odległości, przedstawia je rysunkiem, mapą lub zapisem działań. Rozwiązywanie zadań tekstowych powinno łączyć się z praktycznymi odniesieniami do rzeczywistości, np. żaba Alma podczas zakupów pokonuje trasę mierzoną w metrach:

Plecak Almy był już wypełniony po brzegi. Żaba wyruszyła ze sklepu z dekoracjami. W drodze powrotnej minęła supermarket Jeziorko, a na końcu warzywniak. Ile metrów Alma dźwigała ten ciężki plecak, jeżeli odległość między każdym sklepem […] wynosi 200 metrów, a od warzywniaka do jej domu – także jest 200 metrów? (zadanie [31_2021])

Zadanie [31_2021] zawiera niezbędne informacje do odpowiedzi na końcowe pytanie („Ile metrów Alma dźwigała ten ciężki plecak […]?"). Obliczenia może ułatwić mapa przedstawiająca osiedle Almy.

Kilkudziesięciokilometrowy dystans przejeżdżają bohaterowie bajki *Rodzina Śmiechołków i wycieczka do zoo* (zob. [20_2021]).

> Odległość od domu Śmiechołków do zoo wynosi 94 km. Tata zatrzymał się na przerwę po przejechaniu 50 km. Ile kilometrów dzieli rodzinę Śmiechołków od celu wycieczki? (zadanie [20_2021])

Wynik jest różnicą dwóch odcinków: całej trasy dom – zoo (94 km) i przemierzonego już dystansu (50 km).

Kształtowanie pojęcia obwodu łączy mierzenie odcinka oraz sumowanie długości boków wielokąta; może dotyczyć obiektu w świecie realnym i modelu rysunkowego. Obwód wyrażany jest miarą wielkości ciągłej przy ustalonych jednostkach (Nowik, 2009, s. 141; Nawolska i Żądło-Treder, 2020, s. 104–105). W zakresie rozumienia pojęć geometrycznych w *PP* odnotowano, że absolwent klasy trzeciej:

> 5.2. mierzy długości odcinków, boków figur geometrycznych itp.; podaje wynik pomiaru, posługując się jednostkami długości: centymetr, metr, milimetr; wyjaśnia związki między jednostkami długości; posługuje się wyrażeniami dwumianowanymi; wyjaśnia pojęcie kilometra;
> 5.3. mierzy obwody różnych figur za pomocą narzędzi pomiarowych, także w kontekstach z życia codziennego; oblicza obwód trójkąta i prostokąta (w tym także kwadratu) o danych bokach (Rozporządzenie…, 2017, s. 38).

W zadaniu [07_2020] podano jedynie długość siatki potrzebnej do ogrodzenia działki. W działanie bohaterów wkrada się komplikacja – siatki kupiono za dużo.

> Tata obliczył, że potrzebuje 12 metrów siatki, aby ogrodzić działkę przed intruzami. Ale mama kupiła dwa razy tyle siatki, ponieważ nie zapisała sobie pomiaru taty.
> – Nic nie szkodzi – powiedział tata.
> I po prostu użył tyle siatki, ile potrzebował. Ile metrów siatki zostało po ogrodzeniu działki? (zadanie [07_2020])

Tej samej tematyki dotyczy zadanie [47_2021].

> W ogrodzie elfy planują zbudować 3 jednakowe klomby z drucianej siatki, przy czym jeden bok kwadratowego klombu ma mieć 2 m. W środku klombów będą sadzić różnokolorowe tulipany. Ile metrów siatki drucianej potrzebują na zbudowanie 3 klombów? (zadanie [47_2021])

W zadaniu [47_2021] wymiarowane obiekty to kwadraty, a poszukiwany wynik to łączna długość siatki potrzebnej do realizacji projektu ogrodniczego.

W dalszej części ogrodu klasa oglądała wielką zagrodę lwa. Wybieg króla zwierząt był prostokątem o bokach 15 metrów na 20 metrów. Z kolei wybieg tygrysa był mniejszy. Każdy jego bok był o 5 metrów krótszy niż boki zagrody lwa. Jaki obwód ma wybieg tygrysa? (zadanie [09_2021])

Zadanie [09_2021] bazuje na pojęciu prostokąta. Taki kształt mają porównywane zagrody lwa i tygrysa.

Gęsty las, w którego środku stał zamek, otaczał mur obronny w kształcie prostokąta. Jeden jego bok mierzył 10 kilometrów, a drugi – 8 kilometrów. Jaka była długość całego muru? (zadanie [07_2021])

Pytanie kończące zadanie [07_2021] wymaga podania długości obiektu w kilometrach.

Powyższe zadania kształtują pojęcia metra i kilometra, pokazują zastosowanie umiejętności mierzenia odcinków, uczą racjonalizować wynik i oceniać jego poprawność. Współcześnie precyzyjne pomiary są „elementem nauki nieodzownej dla rozwoju cywilizacji i postępu techniki" (Nawolska i Żądło-Treder, 2020, s. 8).

Niekonwencjonalne jednostki miary w edukacji matematycznej

Do mierzenia materii służą jednostki leksykalne nazywające jakiś pojemnik lub jego zawartość. NKJM „kodują znaczenie zarówno (1) pojemnika, jak też (2) ilości materii w nim się znajdującej", a ich zbiór jest otwarty (Nowosad-Bakalarczyk, 2019, s. 107). Człowiek stosuje pojemniki, odkąd mierzenie za pomocą części ludzkiego ciała przestało być wystarczające (Nawolska i Żądło-Treder, 2020, s. 8):

[…] do pomiaru zaczęto używać pojemników o ustalonym kształcie i wielkości, w których umieszczano substancje płynne i sypkie ([…] łatwo wypełniające przestrzeń pojemnika) (Nowosad-Bakalarczyk, 2019, s. 105).

Wymiarowane za pomocą NKJM porcje

[…] mogą być przedmiotem dalszych operacji mentalnych (arytmetycznych), mających na celu jeszcze dokładniejsze określenie ilości materii, o której się orzeka, czego wyrazem są połączenia z liczebnikiem (dwa talerze rosołu, wlano do kotła pięć konwi wody, pół baryły wina) (Nowosad-Bakalarczyk, 2019, s. 107).

Ujmowanie substancji jako przedmiotu morficznego łączy się z właściwościami fizycznymi pojemnika i sposobem jego użycia. Analiza pokazuje, że

> […] jednostkami miary stają się pojemniki, w których dana substancja jest […] zwyczajowo wytwarzana (garnek), przechowywana (baryłka), przenoszona (konew), sprzedawana (butelka) lub podawana (jeśli jest przeznaczona do spożycia, np. kieliszek) (Nowosad-Bakalarczyk, 2019, s. 107–108).

> Opakowanie […] pozwala na wyraźne zaznaczenia granic czegoś – wykorzystywane w tym celu przedmioty umożliwiają człowiekowi ustanawiać granice bytów konceptualizowanych jako substancje i w ten sposób nadawać im cechy bytów morficznych, które dalej mogą być liczone (dwa wory ziemniaków […]) (Nowosad-Bakalarczyk, 2019, s. 109).

Pojemniki i opakowania tworzą zbiór kontenerów. Do NKJM Nowosad-Bakalarczyk włącza także niekontenery:

> […] ilość materii może być też określana bez odwoływania się do innego przedmiotu, np. w takich połączeniach, jak kromka chleba, tabliczka czekolady, główka sałaty, pęczek szczypiorku, ziarnko piasku, para rajstop, kawałek mięsa, stado koni (Nowosad-Bakalarczyk, 2019, s. 109; za: Bednarek 1994).

Niekontenery łączą się z rzeczownikami morficznymi (np. egzemplarz motyla, numer gazety, okaz zwierzęcia, para spodni, sztuka bielizny, tom reportaży) oraz niemorficznymi (np. bryłka, główka, grudka, kłębek, kolba, liść, ząbek, ziarnko i inne) (Nowosad-Bakalarczyk, 2019, s. 109–110). Niekontenery zestawiane z rzeczownikami niemorficznymi dzielone są na jednostki naturalne (zob. przykłady wymienione powyżej) oraz jednostki sztuczne (np. arkusz, bela, bochenek, bryt, gałka, kłębek, kostka, kromka, kulka, motek, pryzma, rolka, rulon, snopek, stos, stóg, szpulka, sztuka, tabliczka, zwój) (Nowosad-Bakalarczyk, 2019, s. 111).

Klasyfikacja zadań z NKJM jest utrudniona, ponieważ:

1. W obrębie jednego zadania mogą wystąpić KJM i NKJM, a niekonwencjonalne jednostki miary mogą być przeliczane tak jak jednostki konwencjonalne (lub odwrotnie), zob. zadanie:

> Koń zamieszkał w stajni, cielaki w oborze, kurczaki w kurniku, a króliki w klatce. Tomek przygotował dla zwierząt 20 kilogramów pożywienia. Pokarm podzielił na 4 równe porcje. Ile kilogramów jedzenia trafiło do każdego z pomieszczeń? (zadanie [45_2021])

2. Operowanie otwartym zbiorem NKJM ma charakter kulturowy (nienaukowy, praktyczny). Na istnienie NKJM nie zwraca uwagi *PP* dla edukacji wczesnoszkolnej.

Mierzenie świata za pomocą części ludzkiego ciała uwzględnia tylko *PP* dla wychowania przedszkolnego:

> IV. […] Dziecko przygotowane do podjęcia nauki w szkole: […]
> 13) eksperymentuje, szacuje, przewiduje, dokonuje pomiaru długości przedmiotów, wykorzystując np. dłoń, stopę, but (Rozporządzenie…, 2017, s. 6–7).

3. Liczba bajek zawierających NKJM nie jest reprezentatywna (w zestawieniu z bajkami zawierającymi KJM), co wynika z nastawienia na kształtowanie KJM w edukacji matematycznej.

Dla zilustrowania obecności NKJM w bajkach matematycznych cytujemy wybrane zadania. Przytoczonych przykładów nie analizujemy, jedynie w pytaniach wyróżniamy NKJM (gałka, porcja, koszyk, słoik). Temat ten planujemy rozwinąć w odrębnym artykule.

> Roszpunka zaprosiła swoją rodzinę na lody rzemieślnicze. […] Jacek i Filip zamówili lody o podwójnej gałce. Babcia Asia i ciocia Kleopatra zamówiły po jednej gałce adwokatowej. Ile gałek lodów zjedli razem kuzyni, ciocia oraz babcia? (zadanie [33_2021])

> Jedną porcją marmolady Pan Karol nadziewa 10 sztuk pączków. Ile porcji marmolady musi przygotować, jeśli do napełnienia ma 30 pączków? (zadanie [15_2020])

> Po obiedzie dziadek Marian zaprosił wnuki do ogrodu, by wspólnie z nim zrywały owoce. Kasia zebrała 9 koszyków malin i 3 koszyki borówek, a Marcin zapełnił 15 koszyków agrestem i 5 razy mniej koszyków borówkami. Ile koszyków owoców zebrały wspólnie dzieci? (zadanie [35_2021])

> Następnego dnia Śnieżka nie tylko ugotowała obiad, ale także posprzątała spiżarnię. Okazało się, że wiele słoików z warzywami i owocami straciło ważność. Dziewczyna wyrzuciła: 5 słoików z ogórkami, 2 słoiki dżemu truskawkowego, 3 słoiki kompotu jabłkowego i 6 słoików powideł śliwkowych. Ile słoików wyrzuciła Śnieżka? (zadanie [26_2022])

Matematyka istnieje jako przedmiot działalności poznawczej człowieka. Rolą edukatorów jest zrozumienie uwarunkowań procesu nauczania-uczenia się w kontekście metodologii matematycznej. Na humanizację szkolnego obrazu matematyki i złagodzenie jej negatywnego odbioru społecznego zwraca uwagę Anna K. Żeromska, pisząc:

> Podejście antropomatematyczne koncentruje się na zjawiskach towarzyszących procesowi poznawczemu, w którym podmiotem poznania jest człowiek (*anthropos*), a przedmiotem tego poznania jest matematyka (*mathematika*). […] W kręgu zainteresowań antropomatematycznych leżą wszelkie zjawiska mocno związane z naturą matematyki

> jako przedmiotu poznania, ale nieistniejące autonomicznie i niezależnie od podmiotu poznającego, jakim jest człowiek (2013, s. 24).

Zadanie z bajki *Zwyczajny dzień Kubusia Puchatka* [10_2020] wpisuje się w kulturowy model życia człowieka:

> Kubuś już po chwili pukał do drzwi domu Krzysia. Chłopiec otworzył Puchatkowi i smutnym głosem powiedział:
> – Nie mogę teraz się z tobą bawić, Puchatku. Muszę odrobić pracę domową.
> Miś westchnął głośno i zrezygnowany usiadł pod drzwiami. Krzysiowi zrobiło się bardzo przykro na widok smutnego niedźwiadka, więc również usiadł i objął Puchatka.
> – Kiedy już skończysz szkołę, będę przychodził do ciebie codziennie, Krzysiu! – oznajmił Puchatek poważnym tonem.
> – Ależ Puchatku, kiedy skończę szkołę, będę musiał iść do pracy… – odparł Krzyś. Wtedy Puchatek zasmucił się i zapytał:
> – A dokąd będziesz musiał iść, jak skończysz pracę? – Na co Krzyś roześmiał się i powiedział:
> – Głupiutki miś. Kiedy kończysz pracę, idziesz wtedy na emeryturę i już nic nie przeszkadza ci w zabawie. Tylko… Tylko minie wiele lat, zanim zostanę emerytem, bo będę miał wtedy aż 65 lat.
> Puchatek zmarszczył czoło, jakby nad czymś się zastanawiał, a po chwili zapytał:
> – A ile ja wtedy będę miał lat? – Chłopiec uśmiechnął się i powiedział:
> – 64, Puchatku.
> O ile lat Kubuś Puchatek jest młodszy od Krzysia? (zadanie [10_2020])

W przytoczonej bajce NKJM to chronologicznie zestawione etapy życia człowieka: 1) nauka szkolna („Muszę odrobić pracę domową"); 2) aktywność zawodowa („kiedy skończę szkołę, będę musiał iść do pracy"); 3) emerytura („Kiedy kończysz pracę, idziesz wtedy na emeryturę"). Końcowe pytanie o wiek Kubusia Puchatka („O ile lat Kubuś Puchatek jest młodszy od Krzysia?") osadzone jest w kontekście biograficznym Alana A. Milne'a i jego syna Christophera R. Milne'a.

Wnioski

Szczególne miejsce wśród osiągnięć matematycznych zajmują umiejętności mierzenia i operowania KJM. Nabywanie kompetencji matematycznych i poznawanie jednostek miary przebiega od działań z użyciem NKJM do działań z KJM. Przyswajanie tych jednostek jest ściśle związane z nabywaniem języka (od pojęć potocznych do naukowych i specjalistycznych). Występowanie NKJM w kodzie kulturowym powinno być wykorzystywane w szerokim zakresie w antropomatematycznym podejściu do edukacji dziecka:

> […] w ujęciu antropomatematycznym na matematykę patrzymy jak na działalność (nie „wiedzę gotową") intelektualną człowieka, traktujemy ją jako przedmiot i wynik procesu poznawczego nierozerwalnie związanego z człowiekiem – jednostką czynnie poznającą, uznając (i akcentując jednocześnie) fakt zachodzenia procesu poznania w określonych warunkach społecznych. […] Jesteśmy żywo zainteresowani szeroko rozumianą współzależnością pomiędzy matematyką a człowiekiem uczącym się. Taka jest przecież właśnie natura procesów edukacyjnych (Żeromska, 2013, s. 22–23).

KJM są właściwe dla dyskursu (np. naukowego, urzędowego, szkolnego), w którym podstawową wartością jest precyzja wypowiedzi. Z kolei w dyskursie potocznym NKJM (np. kubek) mają utarte kształty i objętości, a różnice pomiędzy poszczególnymi egzemplarzami nie wpływają na ich postrzeganie. W codziennej komunikacji częściej posługujemy się NKJM niż KJM. To uzasadnia prymarną obecność NKJM w edukacji matematycznej i stopniowe wprowadzanie KJM, co łączy się z orientacją dzieci w dziesiątkowym systemie liczenia i jest zgodne z założeniem, że matematyka stanowi przedmiot działalności poznawczej człowieka.

Bibliografia

Adamczyk, M. (2019). *Jak dziecko uczy się języka?* [Wideo]. YouTube. https://youtu.be/7c5b8xfM75o

Bednarek, A. (1994). *Leksykalne wykładniki parametryzacji świata. Studium semantyczne*. Wydawnictwo UMK.

Bortliczek, M. i Raszka, R. (2022). Dziecięca matematyka w przestrzeni baśniowej – studenckie kreacje narracyjne. *Horyzonty Wychowania*, *21*(59), 57–67. https://doi.org/10.35765/hw.2022.2159.07

Gruszczyk-Kolczyńska, E. (2014). Czas: dni i noce, pory roku, dni w tygodniu, miesiące w roku. Obliczenia kalendarzowe i zegarowe. W: E. Gruszczyk-Kolczyńska (red.), *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi* (s. 189–202). CEBP.

Jakubiec, W. i Malinowski, J. (2004). *Metrologia wielkości geometrycznych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.

Kosek, A. i Kowalska, M. (2018). Storyline – metoda wyzwalająca aktywność poznawczą dzieci w wieku przedszkolnym. *Rocznik Komisji Nauk Pedagogicznych*, *71*, 61–72.

Michalak, R. i Misiorna, E. (2008). Storyline kontekstem nabywania umiejętności uczenia się. W: E. Filipiak (red.), *Rozwijanie zdolności uczenia się. Wybrane konteksty i problemy* (s. 204–209). Wydawnictwo Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego.

Nawolska, B. i Żądło-Treder, J. (2020). *Dziecko w świecie miary. Kształtowanie pojęć: długości, pola, objętości, masy, czasu i temperatury w edukacji elementarnej*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Pedagogicznego.

Nowik, J. (2009). *Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej*. Wydawnictwo Nowik.

Nowosad-Bakalarczyk, M. (2018). O gramatycznych i leksykalnych wykładnikach pojęcia liczby w polszczyźnie. *Etnolingwistyka*, *30*, 91–112. https://doi.org/10.17951/et.2018.30.91
Nowosad-Bakalarczyk, M. (2019). O wykładnikach miary w polszczyźnie. *Etnolingwistyka*, *31*, 101–119. https://doi.org/10.17951/et.2019.31.101
Puchalska, E. i Semadeni, Z. (1985). Rachuba czasu. Obliczenia zegarowe i kalendarzowe. W: Z. Semadeni (red.), *Nauczanie początkowe matematyki. T. 3* (s. 377–389). Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
Raszka, R. i Bortliczek, M. (2022). Studenckie bajki matematyczne – specyfika akademickiego projektu edukacyjnego oraz dobór kategorii analitycznych. W: E. Ogrodzka-Mazur, U. Szuścik i A. Szafrańska (red.), *Edukacja małego dziecka. T. 17: Sytuacja społeczna dzieci w rodzinie, przedszkolu i szkole* (s. 137–150). Oficyna Wydawnicza „Impuls".
Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej. Dz. U. 2017, poz. 356. (2017). (Polska). https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/download.xsp/WDU20170000356/O/D20170356.pdf
Siwek, H. (2004). *Kształcenie zintegrowane na etapie wczesnoszkolnym. Rola edukacji matematycznej*. Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej.
Żeromska, A.K. (2013). *Metodologia matematyki jako przedmiot badań antropomatematycznych*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Pedagogicznego.